

Математическая грамотность как компонент функциональной грамотности

Копытова Т.Н.,
заместитель директора по УВР

Математическая грамотность

« это способность индивидуума проводить математические

- рассуждения и
- формулировать,
- применять,
- интерпретировать математику для
- решения проблем в разнообразных контекстах **реального мира**»

**КАК ПРОВЕРЯЮТ
СФОРМИРОВАННОСТЬ
МАТЕМАТИЧЕСКОЙ
ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ
ГРАМОТНОСТИ?**

Мониторинг формирования математической грамотности

- учащимся предлагаются не типичные учебные задачи, а близкие к реальным проблемные ситуации, представленные в некотором контексте и разрешаемые доступными учащемуся средствами математики.

Исследование математической грамотности

Основа организации включает три структурных компонента:

- **контекст** проблемы;
- **содержание** математического образования;
- **мыслительная деятельность**, чтобы связать контекст с математическим содержанием

Контексты

4 категории контекстов, близкие учащимся:

- общественная жизнь,
- личная жизнь,
- образование/профессиональная деятельность,
- научная деятельность

Математическое содержание

- тесно связано с сущностью **реальных** явлений окружающего мира.

Математическое содержание заданий

изменение и зависимости – задания, связанные с математическим описанием зависимости между переменными в различных процессах, т.е. с алгебраическим материалом;

пространство и форма – задания, относящиеся к пространственным и плоским геометрическим формам и отношениям, т.е. к геометрическому материалу;

количество – задания, связанные с числами и отношениями между ними, в программах по математике этот материал чаще всего относится к курсу арифметики;

неопределённость и данные – задания охватывают вероятностные и статистические явления и зависимости, которые являются предметом изучения разделов статистики и вероятности.

Поэтапное развитие различных умений, составляющих основу математической грамотности

Метапредметные результаты	Математическая грамотность
5 класс Уровень узнавания и понимания	находит и извлекает математическую информацию в различном контексте
6 класс Уровень понимания и применения	применяет математические знания для решения разного рода проблем
7 класс Уровень анализа и синтеза	формулирует математическую проблему на основе анализа ситуации
8 класс Уровень оценки (рефлексии) в рамках предметного содержания	интерпретирует и оценивает математические данные в контексте лично значимой ситуации
9 класс Уровень оценки (рефлексии) в рамках метапредметного содержания	интерпретирует и оценивает математические результаты в контексте национальной или глобальной ситуации

Мыслительные задачи

Которые будут решаться учащимися:

- **формулировать ситуацию** на языке математики;
- **применять** математические понятия, факты, процедуры;
- **интерпретировать, использовать** и оценивать математические результаты

Ситуационность знаний: примеры

Пример задания

Кол-во верных ответов

1) $5 \times 4 = ?$

≈ 95%

2) В коробке 5 рядов
по 4 конфеты в каждом.

Сколько всего конфет
в коробке?

≈ 85%

3) У меня завтра день рождения,
будет 15 человек. Хватит ли одной
коробки конфет,

≈ 50%

если в ней 5 рядов по 4
конфеты в каждом?

Поясните свой ответ.

≈ 15%

ИНСТИТУТ СТРАТЕГИИ РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ ОБРАЗОВАНИЯ

ЦЕНТР ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА ОБРАЗОВАНИЯ

На сайте института размещены **апробационные работы** (*демонстрационные варианты*) по функциональной грамотности (математической)- диагностические работы для учащихся 5 и 7 классов.

Характеристики заданий и система оценивания мониторинга формирования и оценки функциональной грамотности (*Математическая грамотность*)

Даны **основные подходы к оценке математической грамотности** учащихся основной школы.

Размещены **рекомендации** по организации и проведению апробации инструментария и технологии мониторинга формирования функциональной грамотности учащихся 5 и 7 классов

Концептуальные рамки оценки математической грамотности

Принятое определение математической грамотности повлекло за собой разработку особого инструментария исследования: учащимся предлагаются не типичные учебные задачи, характерные для традиционных систем обучения и мониторинговых исследований математической подготовки, а *близкие к реальным проблемные ситуации, представленные в некотором контексте и разрешаемые доступными учащемуся средствами математики.*

Задание 1. «Кассовый аппарат».

Кассовый автомат используют для пополнения счёта на карте «Проезд на транспорте». Информация на экране автомата:

Клиент может ежедневно вносить:

- *Купюрами – не более 300 рублей,*
- *Мелочью – не более 30 рублей.*



У Гриши есть 70 рублей мелочью (монеты по 10 р. и 5 р.) – 8 монет, а также 400 рублей шестью купюрами.

Всего у Гриши денег – 470 рублей.

Он пересчитал все монеты и купюры и заполнил таблицу.

Количество монет и купюр



6



2



4



2

Вопрос 1

Составьте числовое выражение, которое показывает, что Гриша учел в таблице всю сумму денег.

Ответ:

Система оценивания.

1 балл:

Записано числовое выражение подсчёта суммы денег (сумма четырёх произведений), например, $10 \times 6 + 5 \times 2 + 50 \times 4 + 100 \times 2$.

Ответ считается верным, если слагаемые записаны в любом порядке, а также сомножители в каждом произведении записаны в любом порядке

Пример верного ответа:

$5 \times 2 + 6 \times 10 + 50 \times 4 + 2 \times 100$ или $10 \cdot 6 + 5 \cdot 2 + 50 \cdot 4 + 100 \cdot 2$

0 баллов:

Другие ответы

Ответ отсутствует.

Задание 1. «Кассовый аппарат».

Вопрос 2

Докажите, что Гриша может за два дня положить на счёт все купюры на сумму 400 рублей.

Объясните свой ответ.

Ответ:

Количество монет и купюр



6



2



4



2

Система оценивания.

2 балла:

Дано объяснение, в котором показано, сколько денег (и какими купюрами) можно положить в первый и сколько во второй день. В итоге из объяснения должно быть видно, что все купюры внесены за 2 дня. Обязательно должно быть указано, что сумма за 2 дня равна 400 р., или это видно из объяснения (см. пример 2).

Примеры возможного объяснения (ответы детей):

Пример 1. «1 день – 200 р. купюрами по 100р., 2 день – 200 р. купюрами по 50 р, всего 400 р.»

Пример 2. 1 день – 250 р., 2 купюры по 100 р. и 1 – 50 р., 2 день – остальные 150 р., 3 купюры – по 50 р.

Пример 3.

$$50 \times 4 = 200$$

$$100 \times 2 = 200 \quad 200 + 200 = 400 \text{ – за два дня}$$

1 балл:

Объяснение неполное, в нем не упомянуто, какие именно и сколько купюр вносится в первый и во второй день, но сумма за 2 дня составляет 400 р. Кроме того, в объяснении не должно быть неверных утверждений. Примеры возможного объяснения (ответы детей): Пример 1. «За первый день Гриша может положить 300 рублей, а во второй день 100».

Пример 2. «За два дня можно внести купюрами 400 рублей: 1 день - 250 р., 2 день - 150 р.»

Пример 3. «1 день – 300 р., 2 день – 100 р., $400 : 300 = 1$ (ост.100). 100 рублей - во второй день».

Пример 4. «400 р. можно внести за 2 дня: 1 день - 200р., 2 день - 200 р.»

Пример 5. «В первый день Гриша положит все купюры равные 50, во второй все 100».

0 баллов:

Другие ответы.

Ответ отсутствует.

Задание 1. «Кассовый аппарат».

Вопрос 1.

Характеристики задания:

- **Содержательная область оценки** - Количество
- **Компетентностная область оценки** - Формулировать
- **Контекст** - Личная жизнь
- **Уровень сложности задания** –1
- **Формат ответа** – краткий ответ
- **Описание задания («объект оценки»)** – выполнение расчетов с натуральными числами; составление числового выражения, соответствующего условию задания
- **Дополнительные характеристики.** Проверяются действия универсального характера: планировать ход решения, упорядочивать действия

Вопрос 2.

Характеристики задания:

- **Содержательная область оценки** - Количество
- **Компетентностная область оценки** - Формулировать
- **Контекст** - Личная жизнь
- **Уровень сложности задания** - 2
- **Формат ответа** – развернутый ответ
- **Описание задания («объект оценки»)** – выполнение расчетов с натуральными числами; понимание смысла арифметического действия (деление с остатком), прикидка результата
- **Дополнительные характеристики.** Проверяются действия универсального характера: формулировать вывод

Жизнь меняется быстро и ни учитель, ни родитель, ни сам ученик не в состоянии предугадать какие знания и умения ему понадобятся в будущем. Отсюда возникает необходимость в умении обучаться и развиваться в течение всей жизни. В основе формирования УУД лежит умение учиться, которое способствует развитию личности учащегося на основе освоения способов деятельности.

«Цель обучения ребенка состоит в том, чтобы сделать его способным развиваться дальше, без помощи учителя».

Элберт Хаббарт

**Как формировать
математическую грамотность?**

**Что должно меняться
в преподавании математики сегодня?**

РЕАЛЬНЫЙ МИР

Проблема,
в контексте

Формулировать

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ МИР

Математическая
проблема

Применять

Оценивать

Результаты
в контексте

Интерпретировать

Математические
результаты

Ориентир на Контексты

- общественная жизнь,
- личная жизнь,
- образование/профессиональная деятельность,
- научная деятельность

Математика в окружающем мире

Математическая информация вокруг нас:

- Факты,
- Объекты,
- Процессы,
- Явления

Методический инструментарий

- Сюжеты задач соответствуют контекстам
- Задачи класса, семьи, ученика...
- Изменение и зависимости
- Проектные задачи
- Проекты по математике
- Математические экскурсии
- Цифровая фотогалерея

Общее умение решать задачи

- 4 этапа решения любой задачи
- Моделирование
- Общие методы решения задач (арифметический, геометрический, практический, алгебраический, логический, табличный, смешанный)
- Царева С.Е., Истомина Н.Б., Стойлова Л.П., Смолеусова Т.В.

Задание 2. «Багаж в аэропорту».

Иван Иванович собирается полететь в отпуск на самолете авиакомпании «Сокол».

Он узнал, что в салон самолета можно взять ручную кладь весом не более 7 кг. Также в стоимость билета входит 1 место багажа весом до 20 кг.

Если у пассажира несколько мест багажа, то на каждое из них можно оформить дополнительное место багажа. Дополнительное место – один предмет весом до 20 кг – стоит 1000 р. Если предмет весом больше 20 кг, то за каждый «лишний» килограмм сверх двадцати нужно заплатить ещё 300 р. (вес округляется в большую сторону до килограмма).

Прибыв в аэропорт, Иван Иванович взвесил каждый предмет своего багажа.



19 кг 900 г



3 кг 900 г



1 кг 800 г



4 кг 500 г

Вопрос 1

Какие два предмета может взять с собой в салон самолета Иван Иванович? Запишите в следующей таблице названия этих предметов.

Ответ:

Ручная кладь

Решение 1		
Решение 2		

Система оценивания.

2 балла: С использованием соответствующих названий предметов багажа приведены 2 решения в любом порядке

Решение 1	Решение 2
рюкзак	компьютер (или лэптоп)
компьютер (или лэптоп)	Коробка

1 балл:

Приведено одно любое решение, а другое решение не приведено или приведено неверное.

0 баллов: Другие ответы. Ответ отсутствует.

Задание 2. «Багаж в аэропорту».

Вопрос 2

Иван Иванович взял в салон самолета рюкзак и ноутбук. Как Ивану Ивановичу поступить с оставшимися предметами?

Запишите ответ, объясните его.



Ответ:

Объяснение:

Система оценивания.

2 балла: Дан верный ответ: «Сдать в багаж», «Оформить дополнительное место багажа за 1000 р.» В объяснении должно говориться о том, что одно из мест надо сдать в багаж бесплатно (чемодан) или просто сдать в багаж, а за второе (коробка) надо заплатить 1000 р. (коробка весит около 5 кг, что меньше 20 кг, значит, оплата 1000 р.)

Примеры возможного объяснения (ответы детей):

Пример 1. «Чемодан он сдаст как багаж. А коробка будет дополнительный багаж. За коробку он дополнительно отдаст 1000 р.»

Пример 2. «Чемодан сдать бесплатно в багаж, а коробка весит меньше 20 кг, значит, заплатить за неё 1000р.»

Пример 3. «20кг он повезёт на месте багажа, а за оставшиеся 4кг 500г ему надо доплатить 1000 р.».

1 балл: Дан верный ответ: «Сдать в багаж чемодан и коробку» ИЛИ «Сдать в багаж» ИЛИ «Оформить дополнительное место багажа», а объяснение, неполное. Например, говорится, как поступить только с одним из оставшихся предметов (см. Примеры 1,3), ИЛИ не указано, сколько надо заплатить за дополнительное место багажа (см. Пример 2), ИЛИ указана неверная оплата за коробку (вместо 1000 р. указано, например, 1200 р. или 1500 р.), но явно видно, что один предмет сдается в багаж бесплатно.

Примеры возможного объяснения (ответы детей):

Пример 1. «Сдать в багаж. Объяснение: Чемодан весит меньше 20 кг, его можно сдать в багаж бесплатно».

Пример 2. «Чемодан сдаст в багаж, а коробку за дополнительную плату».

Пример 3. «Оформить дополнительное место багажа. Объяснение: она весит меньше 20 кг, дополнительное место стоит 1000 р.»

Пример 4. «Чемодан он может положить в место для багажа, которое входит в стоимость билета, и доплатить 1500 рублей за коробку».

0 баллов: Другие ответы. Ответ отсутствует.

Задание 2. «Багаж в аэропорту».

Вопрос 1.

Характеристики задания:

- **Содержательная область оценки** – Количество
- **Компетентностная область оценки** - Применять
- **Контекст** - Личная жизнь
- **Уровень сложности задания** - 2
- **Формат ответа** – краткий ответ в виде слов – названий предметов
- **Описание задания («объект оценки»)** – сравнение величин; округление величин; прикидка результата сложения двух или нескольких величин
- **Дополнительные характеристики.** Проверяются действия универсального характера: интерпретировать данные, приведенные в тексте и на рисунке; учитывать все условия, находить разные решения практической задачи

Вопрос 2.

Характеристики задания:

- **Содержательная область оценки** – Количество
- **Компетентностная область оценки** - Интерпретировать
- **Контекст** - Личная жизнь
- **Уровень сложности задания** - 3
- **Формат ответа** – развернутый ответ
- **Описание задания («объект оценки»)** – расчеты с величинами, числами; сравнение, округление величин; прикидка результата
- **Дополнительные характеристики.** Проверяются действия универсального характера: интерпретировать данные, приведенные в тексте; планировать ход решения, делать вывод, объяснять рациональное решение поставленной проблемы

Задание 3. «Бугельные подъемники».

Для подъёма горнолыжников и сноубордистов к месту начала спуска используют различные типы горнолыжных подъёмников: гондольные, кресельные и бугельные

Бугельные подъёмники осуществляют подъём лыжников от нижней станции до верхней за счёт бугеля (перекладины) или тарелки, их вместимость – 1 или 2 человека.



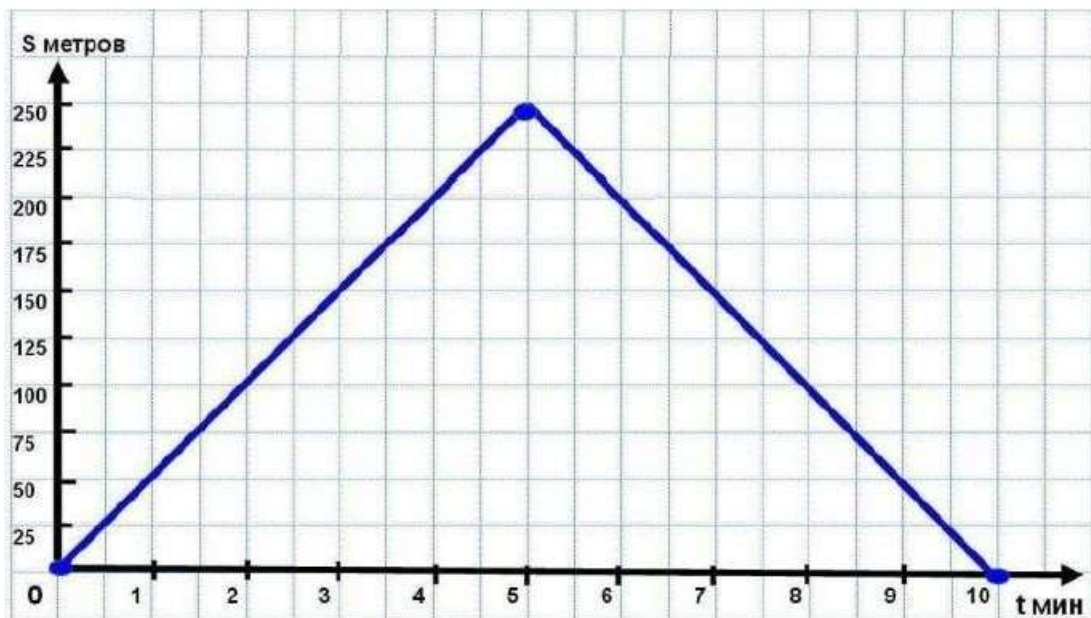
Характеристики двух бугельных подъёмников представлены в таблице.

Бугельный тип подъёмника	Длина трассы, м	Время подъёма, мин	Пропускная способность, чел./ч	Вместимость одного бугеля, чел.	
	А	250	5	600	1
	Б	180	4	360	2

Задание 3. «Бугельные подъемники».

Вопрос 1

На рисунке изображён график зависимости расстояния между бугелем и нижней станцией подъемника от времени движения. По горизонтальной оси отложено время движения бугеля (в минутах), по вертикальной оси – расстояние от бугеля до нижней станции (в метрах).



Посмотрите на график и ответьте на вопросы:

А) Какое расстояние будет между бугелем и нижней станцией через 3 минуты после начала подъёма?

Ответ:

Б) Для какого подъёмника (А или Б) представлен график зависимости?

Ответ:

Система оценивания.

1 балл:

Даны верные ответы на оба вопроса: А) 150 м; Б) А.

0 баллов:

Другие ответы или ответ отсутствует.

Задание 3. «Бугельные подъемники».

Вопрос 2

Пропускная способность подъемника – это количество лыжников, которые могут подняться от нижней станции до верхней в течение одного часа.

Что необходимо знать из приведенного ниже списка, чтобы подсчитать пропускную способность подъемника? Поставьте V:

Характеристика	
1) Длина трассы подъемника	
2) Вместимость одного бугеля	
3) Время подъема бугеля с нижней станции до верхней	
4) Общее количество бугелей на подъемнике	
5) Перепад высот между нижней и верхней станциями	



Система оценивания.

2 балла: Дан ответ: 2, 3, 4.

1 балл: Дан ответ: 3, 4.

0 баллов: Другие ответы или ответ отсутствует.

Задание 3. «Бугельные подъемники».

Вопрос 1.

Характеристики задания:

- **Содержательная область оценки:** неопределенность и данные
- **Компетентностная область оценки:** интерпретировать
- **Контекст:** научная жизнь
- **Уровень сложности:** 1
- **Формат ответа:** А) краткий ответ; Б) краткий ответ
- **Описание задания («объект оценки»):** чтение и интерпретация данных, представленных в таблице и на графике

Вопрос 2.

Характеристики задания:

- **Содержательная область оценки:** количество
- **Компетентностная область оценки:** формулировать
- **Контекст:** научная жизнь
- **Уровень сложности:** 3
- **Формат ответа:** множественный выбор
- **Описание задания («объект оценки»)** – интерпретация данных и величин, поиск зависимостей

Задание 4. «Баня».

В семье Петровых, состоящей из шести человек, проживающей в г. Кострома , решили заменить крышу бани (смотрите на рис.), при этом выяснилось, что существует несколько способов перекрытия крыш.

Есть определенная закономерность архитектурного построения здания, при котором расчет угла наклона крыши определяется отношением высоты крыши к ширине дома как 1:3. Этот способ определения угла крыши очень приблизительный, так как не учитывает ни выбор кровельного материала, ни ветровые и снеговые нагрузки в данном регионе.



Вопрос 1

Определите, какой должна быть высота крыши, если ее ширина 3 м, длина 3 м.

А) 1; Б) 2; С) 3; Д) 4.

Ответ:

Вопрос 2

Рассчитайте, чему равен тангенс угла наклона крыши.

А) 0,3333 ; Б) 0, 3335 ; С) 0,6666 ; Д) 0, 6667.

Ответ:

Задание 4. «Баня».

Задание 1.

Характеристика задания;

1. *Область содержания:* Пространство и форма.
2. *Контекст:* Профессиональный.
3. *Мыслительная деятельность:* Применять. Выполнить прямое и простое математическое задание.
4. *Объект оценки (предметный результат):* Определение высоты крыши
5. *Уровень сложности:* 1.
6. *Формат ответа:* Вопрос с выбором ответа
7. *Критерии оценивания (0 или 1 балл):*

0 баллов	нет верного ответа
1 балл	1) верный ответ. Ширина 3 м, значит высота 1м

Задание 2.

Характеристика задания;

1. *Область содержания* Изменение и зависимости.
2. *Контекст:* Профессиональный.
3. *Мыслительная деятельность:* Применять. Применить стандартный алгоритм.
4. *Объект оценки (предметный результат):* Нахождение тангенса угла наклона крыши.
5. *Уровень сложности:* 2.
6. *Формат ответа:* Вопрос с выбором ответа,
7. *Критерии оценивания (0 или 1 балл):*

0 баллов	нет верного ответа
1 балл	1) верный ответ. 2) $\operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{1,5} = \frac{2}{3} \approx 0,6667$

Задание 4. «Баня».

Вопрос 3

Математический подход определения угла наклона крыши подразумевает выполнение расчета с помощью специальной таблицы, в которой указаны градусы уклона, проценты уклона и коэффициент подъема конька, на который умножается длина горизонтальной проекции ската крыши.

Часто определение угла наклона крыши связано с выбором кровельного материала. Объясняется это тем, что разные кровельные материалы имеют различные рекомендованные углы укладки, при которых обеспечивается максимальная герметичность крыши.

Определите, пользуясь данными таблицы, какова будет высота крыши бани, если выбрать кровельный материал - волнистые асбестоцементные листы.

Ответ:

Вид кровли	Уклон		
	в градусах	в %	в соотношении высоты конька к половине заложения кровли
4- и 3-слойные кровли из рулонных материалов на основе битума	0-3	ДО 5	до 0:20
2-слойная кровля из рулонных материалов на основе битума	8,5	15	1:6,6
Волнистые асбестоцементные листы	9	16	1:6
Глиняная черепица	9,5	20	1:5
Стальные листы	18	29	1:3,5
Сланцевце и асбестоцементные плиты	26.5	50	1:2
Цементно-песчаная черепица	34	67	1:1,5
Деревянная кровля	39	80	1:1,125

Задание 3.

Задание 4. «Баня».

Характеристика задания;

1. *Область содержания* Изменение и зависимости

2. *Контекст*: Научный.

3. *Мыслительная деятельность*: Формулировать.

4. *Объект оценки (предметный результат)*: Выбрать и интегрировать информацию, представленной в табличной форме:

5. *Уровень сложности*: 4.

6. *Формат ответа*: Вопрос, требующий короткого ответа.

7. *Критерии оценивания (0 или 2 балла)*:

0 баллов	Нет верного ответа
2 бала	Верный ответ. Угол наклона крыши 9° . Половина заложения кровли : 1,5 м. Высота конька в шесть раз меньше. $1,5 : 6 = 0,25$ м

Задание 4. «Баня».

Вопрос 4

Дедушка семьи Петровых Иван Семенович, говорит, что если брать кровельный материал волнистые асбестоцементные листы, то крыша их бани должна быть под углом 30°, а папа, Николай Иванович, утверждает, что снеговая нагрузка в этом случае на их крышу будет составлять около 900 кг. Кто из них прав?

Дайте развернутый ответ, используя следующую информацию:

На прочность и долговечность конструкций крыш существенное влияние оказывают снег, ветер, дождь, перепады температуры и другие физико-механические факторы, воздействующие на здание.

Для расчета полной снеговой нагрузки на крышу или кровлю, существует формула $S=S_g \cdot \mu$.

S_g - вес снегового покрова на 1 м.

В таблице приведены значения S_g (кг снега/м²), на карте снеговой район. μ - коэффициент перехода от веса снегового покрова земли к снеговой нагрузке на кровельное покрытие.

μ - зависит от угла наклона ската кровли:

$\mu = 1$ при углах наклона ската кровли меньше 25°.

$\mu = 0,7$ при углах наклона ската кровли от 25 до 60°.

При углах наклона крыши более чем на 60°, значение μ — в расчёте не учитывают.

семье Петровых, состоящей из шести человек, проживающей в г. Кострома, решили заменить крышу бани (смотрите на рис.), при этом выяснилось, что существует несколько способов перекрытия крыш.

Есть определенная закономерность архитектурного построения здания, при котором расчет угла наклона крыши определяется отношением высоты крыши к ширине дома как 1:3. Этот способ определения угла крыши очень приблизительный, так как не учитывает ни выбор кровельного материала, ни ветровые и снеговые нагрузки в данном регионе.

Ответ:



Снеговой район	1	2	3	4	5	6	7	8
8д (кгс/м ²)	80	120	180	240	320	400	480	560

Задание 3.

Задание 4. «Баня».

Характеристика задания;

- 1. Область содержания:** Изменение и зависимости.
- 2. Контекст:** Научный.
- 3. Мыслительная деятельность:** Интерпретировать
- 4. Объект оценки (предметный результат):** представлять в свободной словесной форме обоснованный ответ, который определяется особенностями ситуации.
- 5. Уровень сложности:** 3. Умение размышлять и рассуждать
- 6. Формат ответа:** с развернутым ответом.
- 7. Критерии оценивания (0,1 или 2 балла):**

0 баллов	Нет верного ответа
1 балл	Оба неправы
2 балла	Дедушка неправ: угол наклона крыши 9°. Папа неправ. Снеговой район г. Кострома - 4. Снеговая нагрузка 240 кгс/м^2